# Les Amis de Bertrand et de Chebyshev.

**Abstract. Nous affinons et généralisons le Postulat de Bertrand.**

Disons qu'un intervalle de nombres $[a, b]$ avec $a \leq b$ est *primal* s'il existe un nombre premier $p$ tel que $a \leq p \leq b$. L'énoncé du Postulat de Bertrand devient : "$\forall n \geq 2$, $[n, 2n]$ est primal."
Nous considérons des énoncés généraux du type : "$\forall n \geq m$, $[\alpha+\beta n, \gamma+\delta n]$ est primal."
Nous supposons que $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont des nombres rationnels et voici pourquoi.
Nous normalisons les énoncés en oubliant la constante $m$ :
$\forall n \geq m$, $[\alpha+\beta n, \gamma+\delta n]$ est un intervalle primal.
$\forall n \geq 0$, $[\alpha+\beta(m+n), \gamma+\delta(m+n)]$ est primal.
$\forall n \geq 0$, $[\alpha+\beta m+\beta n, \gamma+\delta m+\delta n]$ est primal.
$\forall n \geq 0$, $[\alpha'+\beta n, \gamma'+\delta n]$ est primal.
Nous dirons qu'un tel quadruplet $[\alpha', \beta, \gamma', \delta]$ est *ABC* (*A*mi de *B*ertrand et de *C*hebyshev).
Remarques :
a) si $[\alpha, \beta, \gamma, \delta]$ est *ABC* alors $[\alpha+\beta, \beta, \gamma+\delta, \delta]$ est *ABC* (par translation $n \to n+1$).
b) si $[\alpha, \beta, \gamma, \delta]$ est *ABC* alors $[\alpha', \beta', \gamma', \delta']$ est *ABC* pour $\alpha' \leq \alpha, \beta' \leq \beta, \gamma \leq \gamma', \delta \leq \delta'$.
c) $[2, 1, 4, 2]$ est *ABC* (Postulat de Bertrand : $\forall n \geq 0$, $[2+n, 2(2+n)]$ est primal.)

Nous proposons la conjecture suivante.

**Claim.** *Nous postulons que les quadruplets suivants sont ABC :*
$[2, 1, k, (k+1)/k]$ $\forall k \geq 2$
$[3, 1, k, (k+3)/k]$ $\forall k \geq 3$
$[5, 1, k, (k+5)/k]$ $\forall k \geq 5$
$[7, 1, k, (k+3\times 7)/k]$ $\forall k \geq 7$ $[7, 1, k, (k+2\times 8)/k]$ $\forall k \geq 8$ $[7, 1, k, (k+1\times 9)/k]$ $\forall k \geq 9$
$[11, 1, k, (k+11)/k]$ $\forall k \geq 11$
$[13, 1, k, (k+3\times 13)/k]$ $\forall k \geq 13$ $[13, 1, k, (k+2\times 14)/k]$ $\forall k \geq 14$ $[13, 1, k, (k+1\times 15)/k]$ $\forall k \geq 15$
$[17, 1, k, (k+17)/k]$ $\forall k \geq 17$
$[19, 1, k, (k+3\times 19)/k]$ $\forall k \geq 19$ $[19, 1, k, (k+2\times 20)/k]$ $\forall k \geq 20$ $[19, 1, k, (k+1\times 21)/k]$ $\forall k \geq 21$
$[23, 1, k, (k+5\times 23)/k]$ $\forall k \geq 23$ $[23, 1, k, (k+4\times 24)/k]$ $\forall k \geq 24$ $[23, 1, k, (k+3\times 25)/k]$ $\forall k \geq 25$
$[23, 1, k, (k+2\times 26)/k]$ $\forall k \geq 26$ $[23, 1, k, (k+1\times 27)/k]$ $\forall k \geq 27$ ... *la suite à deviner* ...

Pour être plus clair, cela signifie par exemple pour les quadruplets $[2, 1, k, (k+1)/k]$ :
dans le cas $k=2$ : $\forall n \geq 0$, il existe un nombre premier $p$ tel que $2+n \leq p \leq 2+1.5n$
dans le cas $k=3$ : $\forall n \geq 0$, il existe un nombre premier $p$ tel que $2+n \leq p \leq 3+4n/3$
dans le cas $k=4$ : $\forall n \geq 0$, il existe un nombre premier $p$ tel que $2+n \leq p \leq 4+1.25n$
La conjecture a été vérifiée par ordinateur jusqu'à $n=10^9$. Bien sûr ce genre de vérification ne vaut pas grand chose. Par exemple on pourrait prétendre que

**Theorem.** *Tout nombre entier est inférieur à* $10^{100}$.

**Proof.** Ceci a été vérifié jusqu'à $10^{15}$ par ordinateur et les calculs continuent à travers le monde ! ∎

Nous laissons la preuve, les détails, les vérifications et la gloire à d'autres mathématiciens.

Dans [1], nous avons montré qu'il est plus difficile de trouver une solution que de vérifier qu'elle est correcte. Nous vous avons proposé une solution. Vérifiez qu'elle est correcte.

[1] www.sigle.space/single-post/2016/09/10/A-short-argument-that-NP-is-different-from-DTIME
(S.I.G.L.E.) Special Investigation Group for Life on Earth. www.sigle.space